

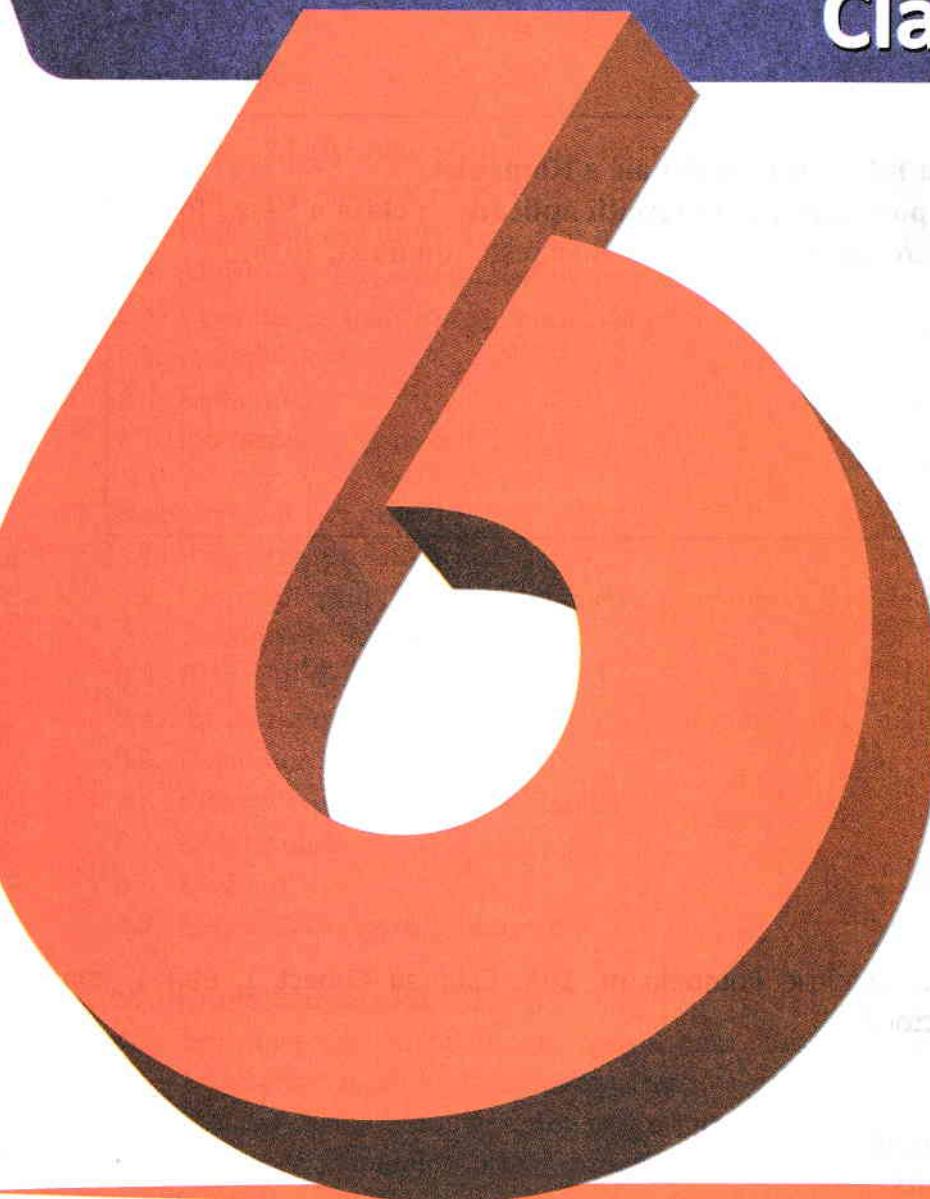
# MATEMATICĂ

Suport teoretic și exerciții aplicative



Ion Cicu • Silvia Mareș• Ioana Iacob • Răzvan Ceucă • Andrei Băleanu

## Clasa a VI-a



Construcție teoretică  
intuitivă

Invațare  
centrată pe elev

Activități de fixare  
și de progres

Probleme  
rezolvate

Interdisciplinaritate

# Cuprins

<b>1. Recapitulare</b>	<b>7</b>
<b>2. Multimi. Multimea numerelor naturale</b>	<b>13</b>
2.1. Descriere, notații, reprezentări ale mulțimilor. Mulțimi numerice/nenumerice	14
2.2. Relația dintre un element și o multime. Relații între mulțimi . . . . .	16
2.3. Mulțimi infinite, multimea numerelor naturale . . . . .	19
2.4. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență . . . . .	21
2.5. Recapitulare . . . . .	24
2.6. Evaluare . . . . .	25
2.7. Exersezi și progresezi! . . . . .	26
<b>3. Rapoarte și proporții</b>	<b>28</b>
3.1. Rapoarte, probabilități . . . . .	29
3.2. Proporții, proprietatea fundamentală a proporțiilor, determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție . . . . .	32
3.3. Proporții derivate . . . . .	34
3.4. Sir de rapoarte egale; mărimi direct proporționale; mărimi invers proporționale	37
3.5. Regula de trei simplă . . . . .	41
3.6. Elemente de organizare a datelor . . . . .	42
3.7. Recapitulare . . . . .	45
3.8. Evaluare . . . . .	46
3.9. Exersezi/Corectezi/Progresezi . . . . .	47
<b>4. Multimea numerelor întregi</b>	<b>50</b>
4.1. Multimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg . . . . .	51
4.2. Compararea și ordonarea numerelor întregi . . . . .	54
4.3. Adunarea numerelor întregi, proprietăți . . . . .	56
4.4. Scăderea numerelor întregi . . . . .	58

4.5. Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți; împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului . . . . .	59
4.6. Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul, reguli de calcul cu puteri . . . . .	61
4.7. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor . . . . .	63
4.8. Ecuații, inecuații . . . . .	64
4.9. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuiațiilor în contextul numerelor întregi . . . . .	67
4.10. Recapitulare . . . . .	69
4.11. Evaluare . . . . .	70
4.12. Exersezi și progresezi . . . . .	71
<b>5. Divizibilitate</b>	<b>72</b>
5.1. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime . . . . .	73
5.2. Cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.) și cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.). Numere prime între ele . . . . .	74
5.3. Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{N}$ . . . . .	77
5.4. Recapitulare . . . . .	78
5.5. Evaluare . . . . .	79
5.6. Exersezi și progresezi . . . . .	80
<b>6. Multimea numerelor raționale</b>	<b>81</b>
6.1. Număr rațional. Multimea numerelor raționale. Reprezentarea pe axă. Opusul și modulul unui număr rațional . . . . .	82
6.2. Compararea și ordonarea numerelor raționale . . . . .	85
6.3. Adunarea numerelor raționale. Proprietăți. Scăderea numerelor raționale . . . . .	87
6.4. Înmulțirea și împărțirea numerelor raționale. . . . .	90
6.5. Puterea cu exponent număr întreg a unui număr rațional. Reguli de calcul cu puteri . . . . .	92
6.6. Ordinea operațiilor și folosirea parantezelor . . . . .	95
6.7. Ecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor . . . . .	97
6.8. Recapitulare . . . . .	99
6.9. Evaluare . . . . .	101
6.10. Exersezi și progresezi . . . . .	102
<b>7. Unghiuri</b>	<b>103</b>
7.1. Unghiuri complementare, unghiuri suplementare; unghiuri opuse la vârf, conghientă lor; unghiuri formate în jurul unui punct, suma măsurilor lor . . . . .	104
7.2. Unghiuri adiacente; bisectoarea unui unghi, construcția bisectoarei unui unghi . . . . .	109
7.3. Recapitulare . . . . .	112

<b>7.4. Evaluare . . . . .</b>	<b>113</b>
<b>7.5. Exersezi și progresezi . . . . .</b>	<b>114</b>
<b>8. Drepte paralele și drepte perpendiculare</b>	<b>115</b>
<b>8.1. Drepte paralele (definiție, notație, construcție intuitivă prin translație); axioma paralelelor . . . . .</b>	<b>116</b>
<b>8.2. Criterii de paralelism (unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă) . . . . .</b>	<b>118</b>
<b>8.3. Drepte perpendiculare în plan (definiție, notație, construcție); oblice; aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice; distanța de la un punct la o dreaptă . . . . .</b>	<b>122</b>
<b>8.4. Mediatoarea unui segment; construcția mediatoarei unui segment; simetria față de o dreaptă . . . . .</b>	<b>124</b>
<b>8.5. Recapitulare . . . . .</b>	<b>126</b>
<b>8.6. Evaluare . . . . .</b>	<b>127</b>
<b>8.7. Exersezi și progresezi . . . . .</b>	<b>128</b>
<b>9. Cercul</b>	<b>130</b>
<b>9.1. Cerc (definiție, construcție); elemente în cerc: centru, rază, coardă, diametru, arc de cerc; unghi la centru; măsuri . . . . .</b>	<b>131</b>
<b>9.2. Pozițiile unei drepte față de un cerc; pozițiile relative a două cercuri . . . . .</b>	<b>133</b>
<b>9.3. Recapitulare . . . . .</b>	<b>137</b>
<b>9.4. Evaluare . . . . .</b>	<b>138</b>
<b>9.5. Exersezi și progresezi . . . . .</b>	<b>139</b>
<b>10. Triunghiul</b>	<b>140</b>
<b>10.1. Triunghiul: definiție, elemente; clasificare; perimetru . . . . .</b>	<b>141</b>
<b>10.2. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior . . . . .</b>	<b>143</b>
<b>10.3. Construcția triunghiurilor: cazurile LUL, ULU, LLL; inegalități între elementele triunghiului (observate din cazurile de construcție) . . . . .</b>	<b>145</b>
<b>10.4. Recapitulare . . . . .</b>	<b>147</b>
<b>10.5. Evaluare . . . . .</b>	<b>149</b>
<b>10.6. Exersezi și progresezi . . . . .</b>	<b>150</b>
<b>11. Linii importante în triunghi</b>	<b>151</b>
<b>11.1. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi: concurență, cercul înscris în triunghi; mediatoarele laturilor unui triunghi: concurență, cercul circumscris unui triunghi . . . . .</b>	<b>152</b>
<b>11.2. Înălțimile unui triunghi: definiție, construcție, concurență; medianele unui triunghi: definiție, construcție, concurență . . . . .</b>	<b>155</b>
<b>11.3. Recapitulare . . . . .</b>	<b>160</b>
<b>11.4. Evaluare . . . . .</b>	<b>161</b>

11.5. Exersezi și progresezi!	162
<b>12. Congruența triunghiurilor</b>	<b>165</b>
12.1. Congruența triunghiurilor oarecare: criterii de congruență a triunghiurilor: LUL, ULU, LLL	166
12.2. Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice: CC, IC, CU, IU	169
12.3. Metoda triunghiurilor congruente, aplicații: proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi/mediatoarea unui segment	172
12.4. Recapitulare	175
12.5. Evaluare	176
12.6. Exersezi și progresezi	177
<b>13. Triunghiuri particulare</b>	<b>179</b>
13.1. Proprietăți ale triunghiului isoscel; proprietăți ale triunghiului echilateral	180
13.2. Proprietăți ale triunghiului dreptunghic	185
13.3. Recapitulare	189
13.4. Evaluare	190
13.5. Exersezi și progresezi	191
<b>14. Recapitulare finală</b>	<b>192</b>
14.1. Algebră	192
14.2. Geometrie	195
<b>Indicații și răspunsuri</b>	<b>198</b>

## 2. Multimi. Multimea numerelor naturale

### 1.1. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$

- Recunoașterea unor mulțimi finite sau infinite (multimea numerelor naturale, multimea numerelor naturale pare/impare, multimea cifrelor unui număr, multimea divizorilor/multiplilor unui număr natural)

- Definirea unor mulțimi folosind diagrame și/sau enumerare de elemente

### 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, $10^n$ , 3 și 9 în $\mathbb{N}$

- Recunoașterea și exemplificarea de elemente care aparțin/nu aparțin unei mulțimi date prin diagrame sau prin enumerarea elementelor

- Recunoașterea și exemplificarea de mulțimi date prin diagrame sau prin enumerarea elementelor; mulțimi care sunt sau nu în relație de incluziune

### 3.1. Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și de determinare a c.m.m.d.c. și a c.m.m.m.c.

- Reprezentarea unor mulțimi prin diagrame și/sau prin enumerarea elementelor

- Efectuarea de operații cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența) punând accentul pe exemple practice

### 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie utilizând mulțimile și divizibilitatea în $\mathbb{N}$

- Exprimarea în limbaj matematic a unor caracteristici ale elementelor unor mulțimi finite (de exemplu, multimea cifrelor pare)

- Formularea unor enunțuri simple folosind cuvintele „și”, „sau”, „nu” în contextul operațiilor cu mulțimi

### 5.1. Analizarea unor situații date în contextul mulțimilor și al divizibilității în $\mathbb{N}$

- Asocierea „unu la unu” a elementelor a două mulțimi finite care au același cardinal

- Estimarea cardinalului unei mulțimi în contexte practic-aplicative (de exemplu: numărul elevilor școlii, numărul notelor obținute de un elev într-un semestru, numărul orașelor unui județ)

### 6.1. Transpunerea, în limbaj matematic, a unor situații date utilizând mulțimi, operații cu mulțimi și divizibilitatea în $\mathbb{N}$

- Deducerea unor consecințe immediate care decurg din analizarea unui set de date asociate mulțimilor (de exemplu, în general  $A \setminus B$  este diferită de  $B \setminus A$ )

- Interpretarea unor situații practice sau interdisciplinare (de exemplu, numeral cardinal/ordinal) folosind limbajul specific mulțimilor și operațiilor cu mulțimi

- Interpretarea unor noțiuni de bază din geometrie (punct, segment, semidreaptă, dreaptă; poziții relative: punct-dreaptă, dreaptă-dreaptă) utilizând limbajul specific mulțimilor

## 2.1. Descriere, notații, reprezentări ale mulțimilor. Mulțimi numerice/nenumerice

### Observă și descoperă!

1. Numește cu un singur cuvânt o caracteristică comună a imaginilor de mai jos:



### Important

- **Mulțimea** este o colecție de obiecte.  
Obiectele dintr-o mulțime se numesc **elementele mulțimii**.
- Mulțimea se notează cu litere mari:  $A$ ,  $B$  etc.
- Într-o mulțime, un element apare o singură dată (nu poate să apară de mai multe ori).
- Nu contează ordinea în care sunt prezentate elementele unei mulțimi.
- Cum putem prezenta o mulțime?

Prin diagramă	<p>A Venn diagram with an oval labeled 'A'. Inside the oval are five points labeled 'a', 'b', '2', '7', and 'd'.</p>	Mulțimea $A$ este formată din elementele $a, b, 2, 7, d$ .
Prin enumerare	$B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$	Mulțimea $B$ este formată din elementele $1, 2, 3, 6, 9$ .

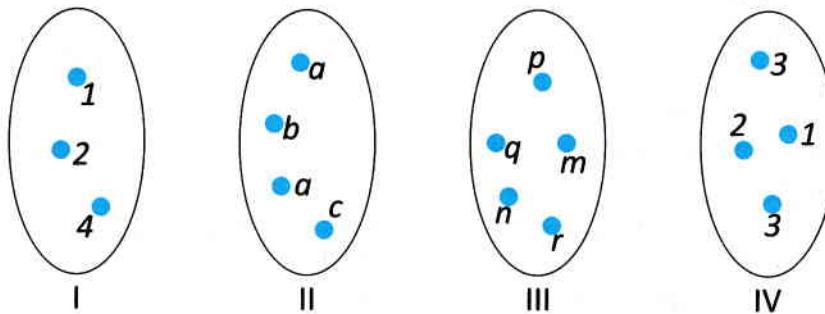
- Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează cu simbolul  $\emptyset$ .
- Mulțimile în care toate elementele sunt numere se numesc **mulțimi numerice**.

*Exemplu: Mulțimea  $B$  de mai sus este o mulțime numerică, în timp ce mulțimea  $A$  nu este o mulțime numerică.*

**Exersează!**

2. Scrie mulțimea elevilor din clasa ta care stau pe rândul de la geam.

3. Care dintre diagramele următoare nu reprezintă o mulțime? Argumentează răspunsul dat.



4. Notează mulțimile de mai sus cu litere mari și enumera elementele acestora. Precizează care dintre acestea este o mulțime numerică.

5. Observă imaginea dată.

a) Scrie mulțimea formată din numele fructelor, prin enumerarea elementelor.

b) Scrie într-o diagramă mulțimea formată din numele fructelor verzi.



6. Scrie mulțimea cifrelor din care sunt formate următoarele numere naturale: 21 251, 382 729 361, 13 699 631, 270 023 572, 7 042 235 442.

*Exemplu: Mulțimea cifrelor numărului 23 010 este  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ .*

7. Scrie mulțimea literelor din care sunt formate cuvintele: cicoare, cojoc, divizibil, invizibil, motor, tractor.

8. Scrie mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 7.

9. Scrie mulțimea numerelor naturale pare cuprinse între 2 și 10.

10. Scrie mulțimea divizorilor numărului natural 8.

11. Scrie mulțimea numerelor naturale de două cifre divizibile cu 5.

12. *Lucrați în perechi.* Împreună cu un coleg/o colegă formează două mulțimi numerice și două mulțimi nenumerice. Reprezentați-le pe fiecare prin enumerarea elementelor și cu ajutorul diagramelor.

## 2.2. Relația dintre un element și o mulțime. Relații între mulțimi

### Observă și descoperă!

1. În figura alăturată este reprezentată oglinda clasei a VI-a, (cum sunt așezăți elevii în bănci).

*Mulțimea elevilor din clasă este*

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

*Exemplu: 1 = Ana, 2 = Radu s.a.m.d*

a) Scrie mulțimea elevilor de pe rândul din mijloc și notează-o cu  $M$ .

b) Scrie mulțimea elevilor care stau în prima bancă și notează-o cu  $P$ .

c) Pentru următoarele afirmații completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă.

Catedra

1. Ana

6. Sandu

11. Angelica

2. Radu

7. Raluca

12. Silvia

3. Dan

8. Emanuel

13. Răzvan

4. Maria

9. Costel

14. Ștefan

5. Cornel

10. Simona

15. Ioana

- Emanuel este element al mulțimii  $M$ .
- 11 este element al mulțimii  $P$ .
- 10 este element al mulțimii  $M$ .
- Toate elementele mulțimii  $M$  sunt și în mulțimea  $C$ .
- Radu este element al mulțimii  $C$ .
- Toate elementele mulțimii  $P$  sunt și în mulțimea  $M$ .
- 2 este element al mulțimii  $M$ .
- Toate elementele mulțimii  $P$  sunt și în mulțimea  $C$ .
- 12 nu este element al mulțimii  $M$ .
- Toate elementele mulțimii  $C$  sunt și în mulțimea  $M$ .

## Important

- Dacă un element  $x$  se găsește într-o mulțime  $A$ , spunem că **elementul  $x$  aparține mulțimii  $A$**  și scriem  $x \in A$ .

*Exemplu: Pentru că 10 este element al mulțimii  $M$  scriem  $10 \in M$ .*

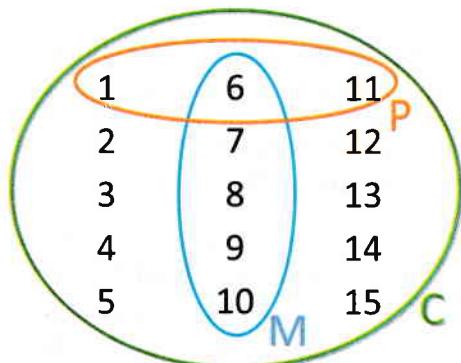
- Dacă un element  $x$  nu se găsește într-o mulțime  $A$ , spunem că **elementul  $x$  nu aparține mulțimii  $A$**  și scriem  $x \notin A$ .

*Exemplu: Pentru că 12 nu este element al mulțimii  $M$  scriem  $12 \notin M$ .*

- Dacă orice element al unei mulțimi  $A$  aparține mulțimii  $B$ , spunem că **mulțimea  $A$  este inclusă în mulțimea  $B$**  și scriem  $A \subset B$ .

- Dacă mulțimea  $A$  nu este inclusă în mulțimea  $B$ , scriem  $A \not\subset B$ .

*Exemplu: Orice element al mulțimii  $P$  aparține mulțimii  $C$ . Spunem că mulțimea  $P$  este inclusă în mulțimea  $C$  și scriem  $P \subset C$ . Pentru că nu toate elementele mulțimii  $P$  aparțin mulțimii  $M$ , spunem că mulțimea  $P$  nu este inclusă în mulțimea  $M$  și scriem  $P \not\subset M$ .*



- Dacă  $A \subset B$  spunem că **mulțimea  $A$  este o submulțime a mulțimii  $B$** .

*Exemplu: Orice element al mulțimii  $P$  aparține mulțimii  $C$ . Mulțimea  $P$  este o submulțime a mulțimii  $C$ .*

- Mulțimea vidă este submulțime a oricărei mulțimi.

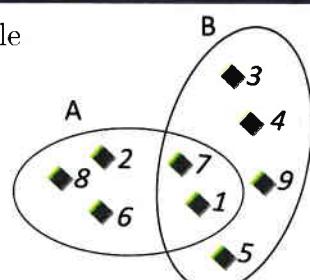
- Dacă  $A \subset B$  și  $B \subset A$ , atunci  $A = B$ . Dacă  $A = B$ , atunci  $A \subset B$  și  $B \subset A$ .

*Exemplu: Dacă  $N = \{6, 7, 8, 9, 10\}$  și  $M = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ , atunci  $N = M$  pentru că  $N \subset M$  și  $M \subset N$  (orice element al mulțimii  $N$  aparține mulțimii  $M$  și orice element al mulțimii  $M$  aparține mulțimii  $N$ ).*

## Exersează!

2. Observă figura alăturată și stabilește care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care sunt false.

- $2 \in A$
- $8 \notin B$
- $7 \in B$
- $1 \in A$
- $7 \in A$
- $9 \notin B$
- $3 \in A$
- $6 \in B$
- $5 \in B$



	A	B
1	$\in$	$\in$
2	$\in$	$\in$
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

3. Copiază tabelul alăturat în caiet și completează-l după model, folosind informațiile din figura de la exercițiul 2.

4. Se consideră mulțimile  $C = \{a, b, c, d, e, i\}$  și  $D = \{b, d, e, f, g, h, i\}$ . Completează un tabel ca cel alăturat pentru mulțimile  $C$  și  $D$ .

5. Se consideră mulțimile  $A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  și  $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Care dintre relațiile de mai jos sunt adevărate?

- a)  $3 \in A$ ;      b)  $4 \in B$ ;      c)  $4 \in C$ ;      d)  $4 \notin D$ ;
- e)  $7 \in A$  sau  $7 \in B$ ;      f)  $6 \in A$  și  $6 \in C$ ;      g)  $7 \in B$  și  $7 \notin C$ ;      h)  $A \subset B$ ;
- i)  $B \subset C$ ;      j)  $C \subset D$ ;      k)  $A \subset C$ ;      l)  $B \subset D$ .

6. Scrie toate submulțimile următoarelor mulțimi:  $A = \{1, 2, 3\}$  și  $B = \{a, b, c, d\}$ .

Exemplu: Submulțimile mulțimii  $M = \{1, 2\}$  sunt:  $\emptyset$ , {1}, {2}, {1, 2}.

7. Determină mulțimea cu cel mai mic număr de elemente pentru care  $\{1, 3, 5\}$  și  $\{2, 3, 4\}$  sunt submulțimi ale ei.

8. Completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă:

- a) {2} este o submulțime a mulțimii divizorilor numărului 32.
- b) Mulțimea {5, 15, 25} este inclusă în mulțimea multiplilor lui 5.
- c) 2 aparține mulțimii multiplilor lui 5.

9. Se consideră mulțimile  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{e, f, g\}$ ,  $C = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ .

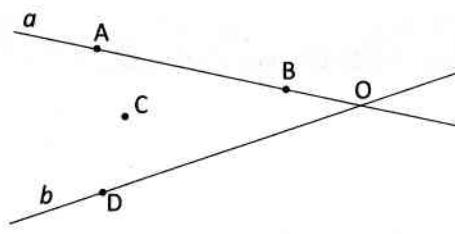
- a) Identifică și scrie un element care aparține doar mulțimii  $C$ .
- b) Scrie o submulțime cu 3 elemente a mulțimii  $C$ .
- c) Verifică dacă  $A \subset C$ , justificând răspunsul dat.
- d) Reprezintă cu ajutorul diagramelor cele trei mulțimi  $A$ ,  $B$  și  $C$ , având în vedere relațiile dintre acestea.

10. Determină numerele  $x$  și  $y$ , știind că mulțimile  $A = \{1, 2, 3, x\}$  și  $B = \{1, 3, 4, y\}$  sunt egale.

11. Se consideră mulțimile  $A = \{2, 2x + 1, x + 2, 3\}$  și  $B = \{x, x + 1, 4, 5\}$ . Determină numărul natural  $x$  pentru care cele două mulțimi sunt egale.

12. Observă figura alăturată și completează, împreună cu colegul de bancă, spațiile punctate, utilizând expresiile aparține/nu aparține, este inclus/nu este inclus:

- a) punctele  $A$  și  $B$  ... dreptei  $a$ , iar punctul  $D$  ... dreptei  $b$  și ... dreptei  $a$ ;
- b) segmentul  $AB$  ... în dreapta  $a$  și ... în dreapta  $b$ ;
- c) semidreapta  $AB$  ..... în dreapta  $a$ ;
- d) punctul  $C$  .... interiorului unghiului  $AOD$ .



## 2.3. Multimi infinite, multimea numerelor naturale

### Observă și descoperă!

1. a) Ana și Radu își propun să joace următorul joc: Ana scrie un număr natural mai mare decât 5. Radu scrie un număr natural cu 1 mai mic decât numărul scris de Ana, apoi Ana scrie un număr cu 1 mai mic decât numărul scris de Radu și așa mai departe. Pierde jocul cel care nu mai găsește un număr natural pe care să îl scrie.

Dă exemplu de un număr pe care să îl scrie Ana încă de la început, astfel încât ea să fie câștigătoarea jocului.

b) Ana și Radu își propun să joace următorul joc: Ana scrie un număr natural mai mare decât 5. Radu scrie un număr natural cu 1 mai mare decât numărul scris de Ana, apoi Ana scrie un număr cu 1 mai mare decât numărul scris de Radu și așa mai departe. Pierde jocul copilul care nu mai găsește un număr natural pe care să îl scrie. În această situație, cine câștigă jocul? Explică răspunsul dat.

### Important

- Se numește **multime finită** o mulțime căreia putem să îi enumerăm toate elementele.  
*Exemplu: mulțimea elevilor dintr-o școală, mulțimea literelor unui alfabet.*
- Numărul de elemente al unei mulțimi finite se numește **cardinalul mulțimii**. Cardinalul unei mulțimi se notează **card A** sau  $|A|$ .  
*Exemplu: Dacă  $A = \{1, a, b\}$ , atunci  $\text{card} A = 3$ . Cardinalul mulțimii vide este 0. Se notează  $\text{card } \emptyset = 0$  sau  $|\emptyset| = 0$ .*
- Se numește **multime infinită** o mulțime care nu este finită.  
*Exemplu: mulțimea numerelor naturale, mulțimea numerelor naturale pare.*
- Mulțimea numerelor naturale se notează cu ajutorul unui simbol special:  $\mathbb{N}$ .

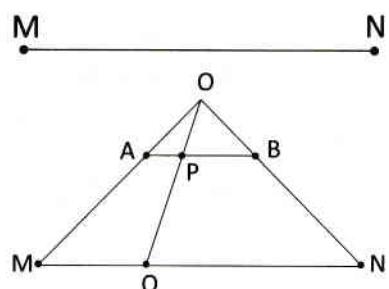
Notăm  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$  și  $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ . Punctele de suspensie arată că sunt numere pe care nu le-am scris.

### Exersează!

**Problemă rezolvată:** Care dintre segmentele din figura alăturată are mai multe puncte?

**Rezolvare:** Amândouă au la fel de multe puncte. Iată justificarea: Dreptele  $AM$  și  $BN$  se intersectează în punctul  $O$ .

Dacă alegem un punct  $P$  care aparține segmentului  $AB$ , atunci există o dreaptă  $OP$  (prin două puncte diferite trece o dreaptă și numai una) care intersectează segmentul  $MN$  în  $Q$ . Prin urmare, odată cu un punct al segmentului  $AB$  se numără și un punct care aparține segmentului  $MN$ .



Dacă alegem un punct  $Q$  care aparține segmentului  $MN$ , atunci apare o dreaptă  $OQ$  (prin două puncte diferite trece o dreaptă și numai una) care intersectează segmentul  $AB$  în  $P$ . Prin urmare odată cu un punct al segmentului  $MN$  se numără și un punct care aparține segmentului  $AB$ .

**2.** Precizează, pentru fiecare mulțime de mai jos, dacă este finită sau infinită:

- a) mulțimea orașelor din România;
- b) mulțimea elevilor din școala ta;
- c) mulțimea numerelor divizibile cu 3;
- d) mulțimea puterilor lui 2 mai mici decât 210;
- e) mulțimea numerelor naturale impare.

**3.** Scrie cardinalul următoarelor mulțimi. Dacă nu îl știi, îl poți estima:

- a) mulțimea jucătorilor de câmp dintr-o echipă de fotbal;
- b) mulțimea elevilor din clasa ta;
- c) mulțimea țărilor din Europa;
- d) mulțimea locuitorilor din localitatea ta.

**4.** Scrie mulțimea divizorilor numărului 18 și precizează cardinalul acesteia.

**5.** Scrie mulțimea multiplilor lui 7 mai mari decât 21 și mai mici decât 70. Precizează cardinalul acesteia.

**6.** Se consideră mulțimea  $M = \{15, 16, 17, \dots, 70\}$ .

- a) Determină cardinalul mulțimii  $M$ .
- b) Selectează din mulțimea  $M$  submulțimea multiplilor par ai lui 5 și precizează cardinalul acesteia.
- c) Selectează din mulțimea  $M$  submulțimea divizorilor numărului 70 și precizează cardinalul acesteia.

**7.** Identifică o proprietate caracteristică a elementelor fiecăreia dintre următoarele mulțimi:

- a)  $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ;
- b)  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ;
- c)  $M = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots\}$ ;
- d)  $D = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$ .

**8.** Scrie o mulțime care să respecte următoarele proprietăți:

- a) are cardinalul egal cu 6;
- b) 3, 4 și 5 sunt elemente ale mulțimii;
- c) suma tuturor elementelor este egală cu 15.

Câte astfel de mulțimi există?

9. Completează cu A, dacă afirmația este adeverată și cu F, dacă afirmația este falsă:  
 a)  $D_2 \subset D_6$  ; b)  $M_{16} \subset M_4$  ; c)  $M_{13} \subset M_3$  ; d)  $M_k \subset \mathbb{N}$  ; e)  $M_3 \subset M_5$  ;  
 f)  $M_6 \subset M_{12}$  .

( $D_a$  reprezintă multimea divizorilor lui  $a$  și  $M_a$  reprezintă multimea multiplilor lui  $a$ )

10. Numărul submultimilor unei multimi finite  $A$  este egal cu  $2^{\text{card } A}$ . Verifică această afirmație pentru multimi cu unul, două, respectiv trei elemente.

11. Folosind proprietatea enunțată în problema precedentă determină numărul submultimilor multimii  $A = \{2, 3, 5, 8, 11\}$ .

Scrie apoi submultimile multimii  $A$  pentru a verifica rezultatul.

## 2.4. Operații cu multimi: reuniune, intersecție, diferență

Observă și descoperă!

1. În figura alăturată este prezentat un grup de copii și sporturile pe care ei le practică.

Fiecare copil se identifică prin numărul scris pe tricou.

Notăm  $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  multimea copiilor.

- a) Scrie multimea copiilor care joacă handbal și notează-o cu  $A$ .

- b) Scrie multimea copiilor care joacă baschet și notează-o cu  $B$ .

- c) Scrie multimea copiilor care practică ambele sporturi și notează-o cu  $I$ .

- d) Scrie multimea copiilor care joacă numai handbal și notează-o cu  $D$ .

- e) Scrie multimea copiilor care joacă numai baschet și notează-o cu  $C$ .

- f) Găsește o legătură între multimile  $A$ ,  $B$  și multimea  $R$ .

- g) Găsește o legătură între multimile  $A$ ,  $B$  și  $I$ .

- h) Găsește o legătură între multimile  $A$ ,  $B$  și  $D$ , respectiv  $A$ ,  $B$  și  $C$ .

