Libris.ro
Respect pentru oameni și cărți

colecția
Înveți cu plăcere

MATEMATICĂ

Suport teoretic și exerciții aplicative

Ion Cicu • Silvia Mareș • Ioana Iacob • Răzvan Ceucă • Andrei Băleanu

Clasa a VI-a

6

Construcție teoretică intuitivă

Învățare centrată pe elev

Activități de fixare și de progres

Probleme rezolvate

Interdisciplinaritate

intuitext
grup SOFTWIN

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

Cuprins

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

Libris .RO
Respect pentru oameni și cărți

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

2. Mulţimi. Mulțimea numerelor naturale

1.1. **Identificarea unor noţiuni specifice mulţimilor și relației de divizibilitate în ℕ**

- Recunoaşterea unor mulţimi finite sau infinite (mulţimea numerelor naturale, mulţimea numerelor naturale pare/impare, mulţimea cifrelor unui număr, mulţimea divizorilor/multiplilor unui număr natural)

- Definirea unor mulţimi folosind diagrame și/sau enumerare de elemente

2.1. **Evidenţierea în exemple a relaţiilor de apartenenţă, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10^n, 3 și 9 în ℕ**

- Recunoaşterea şi exemplificarea de elemente care aparţin/nu aparţin unei mulţimi date prin diagrame sau prin enumerarea elementelor

- Recunoaşterea şi exemplificarea de mulţimi date prin diagrame sau prin enumerarea elementelor; mulţimi care sunt sau nu în relaţie de incluziune

3.1. **Utilizarea unor modalităţi adecvate de reprezentare a mulţimilor și de determinare a c.m.m.d.c. şi a c.m.m.m.c.**

- Reprezentarea unor mulţimi prin diagrame şi/sau prin enumerarea elementelor

- Efectuarea de operaţii cu mulţimi (reuniunea, intersecţia, diferenţa) punând accentul pe exemple practice

4.1. **Exprimarea în limbaj matematic a unor situaţii concrete care se pot descrie utilizând mulţimile și divizibilitatea în ℕ**

- Exprimarea în limbaj matematic a unor caracteristici ale elementelor unor mulţimi finite (de exemplu, mulţimea cifrelor pare)

- Formularea unor enunţuri simple folosind cuvintele „şi", „sau", „nu" în contextul operaţiilor cu mulţimi

5.1. **Analizarea unor situaţii date în contextul mulţimilor și al divizibilității în ℕ**

- Asocierea „unu la unu" a elementelor a două mulțimi finite care au același cardinal

- Estimarea cardinalului unei mulţimi în contexte practic-aplicative (de exemplu: numărul elevilor şcolii, numărul notelor obţinute de un elev într-un semestru, numărul oraşelor unui judeţ)

6.1. **Transpunerea, în limbaj matematic, a unor situaţii date utilizând mulţimi, operații cu mulțimi și divizibilitatea în ℕ**

- Deducerea unor consecinţe imediate care decurg din analizarea unui set de date asociate mulţimilor (de exemplu, în general $A \setminus B$ este diferită de $B \setminus A$)

- Interpretarea unor situații practice sau interdisciplinare (de exemplu, numeral cardinal/ordinal) folosind limbajul specific mulţimilor şi operaţiilor cu mulţimi

- Interpretarea unor noțiuni de bază din geometrie (punct, segment, semidreaptă, dreaptă; poziţii relative: punct-dreaptă, dreaptă-dreaptă) utilizând limbajul specific mulțimilor

Libris .RO
Respect pentru oameni și cărți

2.1. Descriere, notații, reprezentări ale mulțimilor. Mulțimi numerice/nenumerice

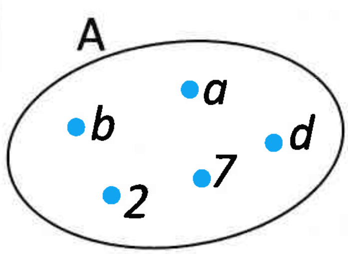
Observă și descoperă!

1. Numește cu un singur cuvânt o caracteristică comună a imaginilor de mai jos:




Important

- **Mulțimea** este o colecție de obiecte.
  Obiectele dintr-o mulțime se numesc **elementele mulțimii**.
- Mulțimea se notează cu litere mari: A, B etc.
- Într-o mulțime, un element apare o singură dată (nu poate să apară de mai multe ori).
- Nu contează ordinea în care sunt prezentate elementele unei mulțimi.
- Cum putem prezenta o mulțime?

Prin diagramă		Mulțimea A este formată din elementele a, b, 2, 7, d.
Prin enumerare	$B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$	Mulțimea B este formată din elementele 1, 2, 3, 6, 9.

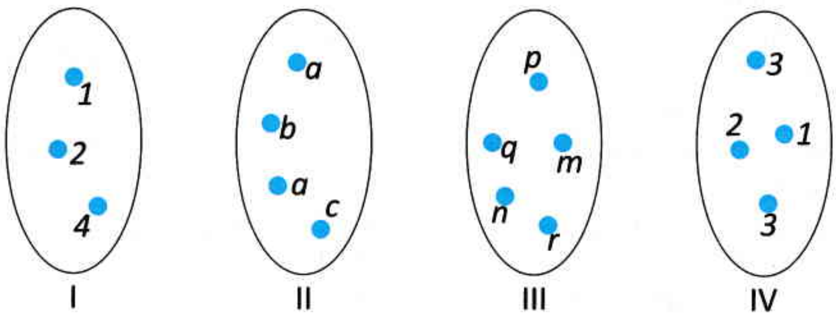
- Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează cu simbolul $\emptyset$.
- Mulțimile în care toate elementele sunt numere se numesc **mulțimi numerice**.
  Exemplu: Mulțimea B de mai sus este o mulțime numerică, în timp ce mulțimea A nu este o mulțime numerică.

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

Exersează!

2. Scrie mulţimea elevilor din clasa ta care stau pe rândul de la geam.

3. Care dintre diagramele următoare nu reprezintă o mulțime? Argumentează răspunsul dat.



4. Notează mulțimile de mai sus cu litere mari și enumeră elementele acestora. Precizează care dintre acestea este o mulțime numerică.

5. Observă imaginea dată.

a) Scrie mulțimea formată din numele fructelor, prin enumerarea elementelor.

b) Scrie într-o diagramă mulțimea formată din numele fructelor verzi.

6. Scrie mulțimea cifrelor din care sunt formate următoarele numere naturale: 21 251, 382 729 361, 13 699 631, 270 023 572, 7 042 235 442.

Exemplu: Mulțimea cifrelor numărului 23 010 *este* $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

7. Scrie mulțimea literelor din care sunt formate cuvintele: cicoare, cojoc, divizibil, invizibil, motor, tractor.

8. Scrie mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 7.

9. Scrie mulțimea numerelor naturale pare cuprinse între 2 și 10.

10. Scrie mulțimea divizorilor numărului natural 8.

11. Scrie mulțimea numerelor naturale de două cifre divizibile cu 5.

12. *Lucrați în perechi.* Împreună cu un coleg/o colegă formează două mulțimi numerice și două mulțimi nenumerice. Reprezentați-le pe fiecare prin enumerarea elementelor și cu ajutorul diagramelor.

Libris .RO
Respect pentru oameni și cărți

2.2. Relația dintre un element și o mulțime. Relații între mulțimi

Observă și descoperă!

1. În figura alăturată este reprezentată oglinda clasei a VI-a, (cum sunt așezați elevii în bănci).

Mulțimea elevilor din clasă este
$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

Exemplu: $1 =$*Ana*, $2 =$*Radu ș.a.m.d*

a) Scrie mulțimea elevilor de pe rândul din mijloc și noteaz-o cu M.

b) Scrie mulțimea elevilor care stau în prima bancă și noteaz-o cu P.

c) Pentru următoarele afirmații completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă.

- Emanuel este element al mulțimii M. ☐
- 11 este element al mulțimii P. ☐
- 10 este element al mulțimii M. ☐
- Toate elementele mulțimii M sunt și în mulțimea C. ☐
- Radu este element al mulțimii C. ☐
- Toate elementele mulțimii P sunt și în mulțimea M. ☐
- 2 este element al mulțimii M. ☐
- Toate elementele mulțimii P sunt și în mulțimea C. ☐
- 12 nu este element al mulțimii M. ☐
- Toate elementele mulțimii C sunt și în mulțimea M. ☐

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

Important

- Dacă un element x se găsește într-o mulțime A, spunem că **elementul x aparține mulțimii A** și scriem $x \in A$.

  Exemplu: Pentru că 10 este element al mulțimii M scriem $10 \in M$.

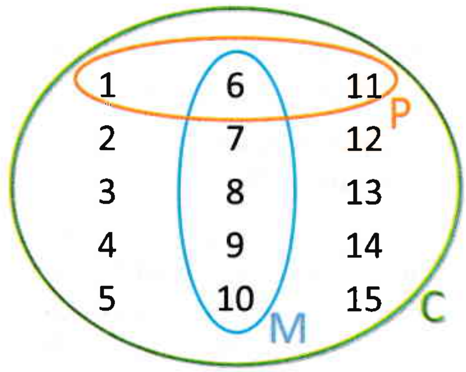
- Dacă un element x nu se găsește într-o mulțime A, spunem că **elementul x nu aparține mulțimii A** și scriem $x \notin A$.

  Exemplu: Pentru că 12 nu este element al mulțimii M scriem $12 \notin M$.

- Dacă orice element al unei mulțimi A aparține mulțimii B, spunem că **mulțimea A este inclusă în mulțimea B** și scriem $A \subset B$.

- Dacă mulțimea A nu este inclusă în mulțimea B, scriem $A \not\subset B$.

  Exemplu: Orice element al mulțimii P aparține mulțimii C. Spunem că mulțimea P este inclusă în mulțimea C și scriem $P \subset C$. Pentru că nu toate elementele mulțimii P aparțin mulțimii M, spunem că mulțimea P nu este inclusă în mulțimea M și scriem $P \not\subset M$.



- Dacă $A \subset B$ spunem că **mulţimea A este o submulţime a mulţimii B**.

  Exemplu: Orice element al mulțimii P aparține mulțimii C. Mulțimea P este o submulțime a mulțimii C.

- Mulţimea vidă este submulţime a oricărei mulţimi.

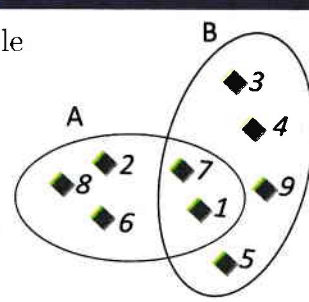
- Dacă $A \subset B$ şi $B \subset A$, atunci $A = B$. Dacă $A = B$, atunci $A \subset B$ şi $B \subset A$.

  Exemplu: Dacă $N = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ și $M = \{6, 7, 8, 9, 10\}$, atunci $N = M$ pentru că $N \subset M$ și $M \subset N$ (orice element al mulțimii N aparține mulțimii M și orice element al mulțimii M aparține mulțimii N).

Exersează!

2. Observă figura alăturată și stabilește care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care sunt false.

a) $2 \in A$	d) $8 \notin B$	g) $7 \in B$
b) $1 \in A$	e) $7 \in A$	h) $9 \notin B$
c) $3 \in A$	f) $6 \in B$	i) $5 \in B$



Libris .RO
Respect pentru oameni și cărți

3. Copiază tabelul alăturat în caiet și completează-l după model, folosind informațiile din figura de la exercițiul 2.

	A	B
1	$\in$	$\in$
2	$\in$	$\in$
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

4. Se consideră mulțimile $C = \{a, b, c, d, e, i\}$ și $D = \{b, d, e, f, g, h, i\}$. Completează un tabel ca cel alăturat pentru mulțimile C și D.

5. Se consideră mulțimile $A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Care dintre relațiile de mai jos sunt adevărate?

a) $3 \in A$; b) $4 \in B$; c) $4 \in C$; d) $4 \notin D$;
e) $7 \in A$ sau $7 \in B$; f) $6 \in A$ și $6 \in C$; g) $7 \in B$ și $7 \notin C$; h) $A \subset B$;
i) $B \subset C$; j) $C \subset D$; k) $A \subset C$; l) $B \subset D$.

6. Scrie toate submulțimile următoarelor mulțimi: $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{a, b, c, d\}$.
Exemplu: Submulțimile mulțimii $M = \{1, 2\}$ *sunt:* $\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$.

7. Determină mulțimea cu cel mai mic număr de elemente pentru care $\{1, 3, 5\}$ și $\{2, 3, 4\}$ sunt submulțimi ale ei.

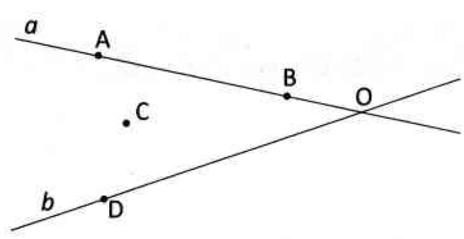
8. Completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă:
a) $\{2\}$ este o submulțime a mulțimii divizorilor numărului 32. ☐
b) Mulțimea $\{5, 15, 25\}$ este inclusă în mulțimea multiplilor lui 5. ☐
c) 2 aparține mulțimii multiplilor lui 5. ☐

9. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{e, f, g\}$, $C = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$.
a) Identifică și scrie un element care aparține doar mulțimii C.
b) Scrie o submulțime cu 3 elemente a mulțimii C.
c) Verifică dacă $A \subset C$, justificând răspunsul dat.
d) Reprezintă cu ajutorul diagramelor cele trei mulțimi A, B și C, având în vedere relațiile dintre acestea.

10. Determină numerele x și y, știind că mulțimile $A = \{1, 2, 3, x\}$ și $B = \{1, 3, 4, y\}$ sunt egale.

11. Se consideră mulțimile $A = \{2, 2x + 1, x + 2, 3\}$ și $B = \{x, x + 1, 4, 5\}$. Determină numărul natural x pentru care cele două mulțimi sunt egale.

12. Observă figura alăturată și completează, împreună cu colegul de bancă, spațiile punctate, utilizând expresiile aparține/nu aparține, este inclus/nu este inclus:



a) punctele A și B ... dreptei a, iar punctul D ... dreptei b și ... dreptei a;
b) segmentul AB ... în dreapta a și ... în dreapta b;
c) semidreapta AB ...... în dreapta a;
d) punctul C .... interiorului unghiului AOD.

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

2.3. Mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale

Observă și descoperă!

1. a) Ana și Radu își propun să joace următorul joc: Ana scrie un număr natural mai mare decât 5. Radu scrie un număr natural cu 1 mai mic decât numărul scris de Ana, apoi Ana scrie un număr cu 1 mai mic decât numărul scris de Radu și așa mai departe. Pierde jocul cel care nu mai găsește un număr natural pe care să îl scrie.

Dă exemplu de un număr pe care să îl scrie Ana încă de la început, astfel încât ea să fie câștigătoarea jocului.

b) Ana și Radu își propun să joace următorul joc: Ana scrie un număr natural mai mare decât 5. Radu scrie un număr natural cu 1 mai mare decât numărul scris de Ana, apoi Ana scrie un număr cu 1 mai mare decât numărul scris de Radu și așa mai departe. Pierde jocul copilul care nu mai găsește un număr natural pe care să îl scrie. În această situație, cine câștigă jocul? Explică răspunsul dat.

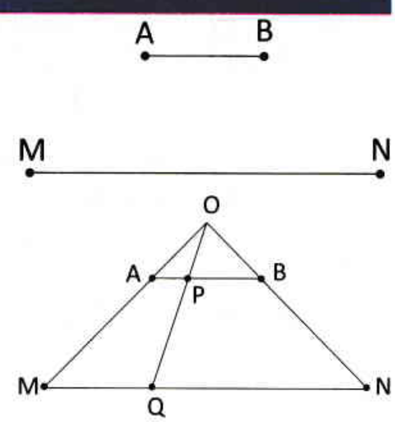
Important

- Se numește **mulțime finită** o mulțime căreia putem să îi enumerăm toate elementele.
  Exemplu: mulțimea elevilor dintr-o școală, mulțimea literelor unui alfabet.
- Numărul de elemente al unei mulțimi finite se numește **cardinalul mulțimii**. Cardinalul unei mulțimi se notează **card** A sau $|A|$.
  Exemplu: Dacă $A = \{1, a, b\}$, *atunci* $card A = 3$. *Cardinalul mulțimii vide este* 0. *Se notează* $card\ \emptyset = 0$ *sau* $|\emptyset| = 0$.
- Se numește **mulțime infinită** o mulțime care nu este finită.
  Exemplu: mulțimea numerelor naturale, mulțimea numerelor naturale pare.
- Mulțimea numerelor naturale se notează cu ajutorul unui simbol special: $\mathbb{N}$.

  Notăm $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ..., n, ...\}$ și $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, ..., n, ...\}$. Punctele de suspensie arată că sunt numere pe care nu le-am scris.

Exersează!

Problemă rezolvată: Care dintre segmentele din figura alăturată are mai multe puncte?



Rezolvare: Amândouă au la fel de multe puncte. Iată justificarea: Dreptele AM și BN se intersectează în punctul O.

Dacă alegem un punct P care aparține segmentului AB, atunci există o dreaptă OP (prin două puncte diferite trece o dreaptă și numai una) care intersectează segmentul MN în Q. Prin urmare, odată cu un punct al segmentului AB se numără și un punct care aparține segmentului MN.

Libris .RO
Respect pentru oameni și cărți

Dacă alegem un punct Q care aparține segmentului MN, atunci apare o dreaptă OQ (prin două puncte diferite trece o dreaptă și numai una) care intersectează segmentul AB în P. Prin urmare odată cu un punct al segmentului MN se numără și un punct care aparține segmentului AB.

2. Precizează, pentru fiecare mulțime de mai jos, dacă este finită sau infinită:
a) mulțimea orașelor din România;
b) mulțimea elevilor din școala ta;
c) mulțimea numerelor divizibile cu 3;
d) mulțimea puterilor lui 2 mai mici decât 210;
e) mulțimea numerelor naturale impare.

3. Scrie cardinalul următoarelor mulţimi. Dacă nu îl ştii, îl poţi estima:
a) mulţimea jucătorilor de câmp dintr-o echipă de fotbal;
b) mulţimea elevilor din clasa ta;
c) mulţimea ţărilor din Europa;
d) mulţimea locuitorilor din localitatea ta.

4. Scrie mulțimea divizorilor numărului 18 și precizează cardinalul acesteia.

5. Scrie mulțimea multiplilor lui 7 mai mari decât 21 și mai mici decât 70. Precizează cardinalul acesteia.

6. Se consideră mulțimea $M = \{15, 16, 17, ..., 70\}$.
a) Determină cardinalul mulțimii M.
b) Selectează din mulțimea M submulțimea multiplilor pari ai lui 5 și precizează cardinalul acesteia.
c) Selectează din mulțimea M submulțimea divizorilor numărului 70 și precizează cardinalul acesteia.

7. Identifică o proprietate caracteristică a elementelor fiecăreia dintre următoarele mulțimi:
a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$;
b) $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$;
c) $M = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...\}$;
d) $D = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, ...\}$.

8. Scrie o mulţime care să respecte următoarele proprietăţi:
a) are cardinalul egal cu 6;
b) 3, 4 şi 5 sunt elemente ale mulţimii;
c) suma tuturor elementelor este egală cu 15.
Câte astfel de mulţimi există?

Libris.RO
Respect pentru oameni și cărți

9. Completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă:
a) $D_2 \subset D_6$ ☐; b) $M_{16} \subset M_4$ ☐; c) $M_{13} \subset M_3$ ☐; d) $M_k \subset \mathbb{N}$ ☐; e) $M_3 \subset M_5$ ☐; f) $M_6 \subset M_{12}$ ☐.
(D_a reprezintă mulţimea divizorilor lui a şi M_a reprezintă mulţimea multiplilor lui a)

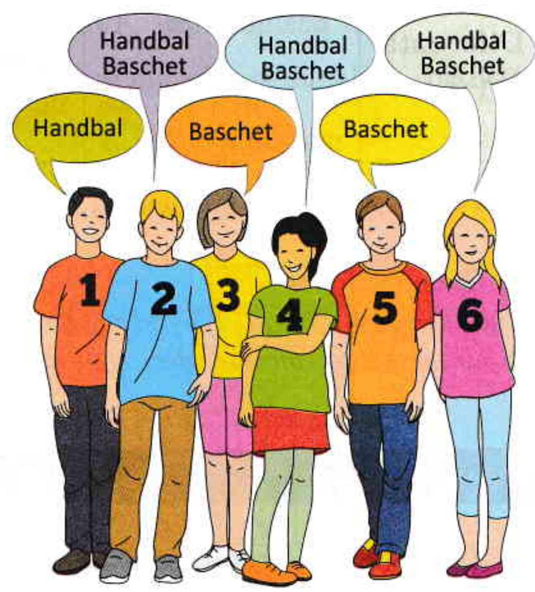
10. *Numărul submulțimilor unei mulțimi finite A este egal cu* 2^{cardA}. Verifică această afirmație pentru mulţimi cu unul, două, respectiv trei elemente.

11. Folosind proprietatea enunţată în problema precedentă determină numărul submulțimilor mulțimii $A = \{2, 3, 5, 8, 11\}$.
Scrie apoi submulțimile mulțimii A pentru a verifica rezultatul.

2.4. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență

Observă și descoperă!

1. În figura alăturată este prezentat un grup de copii și sporturile pe care ei le practică.
Fiecare copil se identifică prin numărul scris pe tricou.
Notăm $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ mulțimea copiilor.



a) Scrie mulțimea copiilor care joacă handbal și notează-o cu A.
b) Scrie mulțimea copiilor care joacă baschet și notează-o cu B.
c) Scrie mulțimea copiilor care practică ambele sporturi și notează-o cu I.
d) Scrie mulțimea copiilor care joacă numai handbal și notează-o cu D.
e) Scrie mulțimea copiilor care joacă numai baschet și notează-o cu C.
f) Găsește o legătură între mulțimile A, B și mulțimea R.
g) Găsește o legătură între mulțimile A, B și I.
h) Găsește o legătură între mulțimile A, B și D, respectiv A, B și C.